أول -

السؤال الأول :

6 $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

6 $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = -\infty$

5 $x = -2$ مقارب بجوار $-\infty$

5 $f(1) = 2$ قيمة حدية كبرى

5 $f(2) = 0$ " " صغرى

8 مجموعة حلول المتراجحة : $]-2, -1]$

8 $f([1, 2[) =]0, 2]$

40

السؤال الثاني :

5 $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

5 $f(x) - y_\Delta = \sqrt{|x^2-2|} - x$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - y_\Delta = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{|x^2-2| - x^2}{\sqrt{|x^2-2|} + x}$

10 $|x^2-2| = x^2-2$ بجوار $+\infty$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-2}{\sqrt{|x^2-2|} + x} = 0$

Δ مقارب لـ C عند $+\infty$

2 وضع C بالنسبة لـ Δ من أجل الفرد

$f(x) - y_\Delta = 0$

3 $\sqrt{|x^2-2|} - x = 0$

$\rightarrow |x^2-2| = x^2$ و $x \geq 0$

$\rightarrow$ تكافئ $\begin{cases} x^2-2 = x^2 \rightarrow \text{لا حل} \\ x^2-2 = -x^2 \rightarrow x = 1 \\ x = -1 \text{ مرفوض} \end{cases}$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
الفرد		$+$	0	$-$	

4+4 C تحت Δ / C فوق Δ

$\downarrow$

Δ يقطع C في $(1, 1)$

2

40

السؤال الثالث :

H مركز ثقل المثلث ABC

5 { H م.أ.م للنقط A_1, B_1, C_1

G مركز ثقل الوجوه

5 { G م.أ.م لـ A_1, B_1, C_1, D_1

G م.أ.م لـ D_1 و $H, 3$

5 ما يعني أن G هي مركز ثقل المثلث DHA

استقامية واحدة

5 $HG = \frac{1}{4} HD$ و أن

H م.أ.م لـ A_1, B_1, C_1

5 $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MH}$

نفرض

5 $\|3\vec{MH}\| = \|3\vec{MD} - 3\vec{MH}\|$

5 $\|\vec{MH}\| = \|\vec{HD}\|$

5 { مجموعة النقط M كرة مركزها H ونصف قطرها HD

40

السؤال الرابع

10 $W = \frac{z^2}{|z|^2} = \frac{x^2 - y^2 + 2xyi}{x^2+y^2}$

5 $X + Yi = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} + \frac{2xy}{x^2+y^2} i$

4+4 $X = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ $\quad Y = \frac{2xy}{x^2+y^2}$

4 W حقيقي عندما $2xy = 0$

3 $x = 0$ أو $y = 0$

5 M هي نقط المحورين باستثناء المبدأ

$z = (1+i)^6 = [(1+i)^2]^3 = (2i)^3 = -8i$

5 { $\left(\frac{z}{|z|}\right)^2 = \left(\frac{-8i}{8}\right)^2 = -1$ حقيقي

40

ثانياً - التمرين الأول

5+5 $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0} \sqrt{x(1-x)} = 0$

f اشتقاقية عند 0

5 $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x\sqrt{x(1-x)}}{x-1}$

5 $= \lim \frac{-x^2}{\sqrt{x(1-x)}} = -\infty$

f ليس اشتقاقية عند $x=1$ $\quad x \leq 1$

5 المماس عند $(0,0)$ معادلته $y=0$

5 المماس عند $(1,0)$ معادلته $x=1$

معادلة المماس عند $x=\frac{1}{2}$ هي

5 $y = f'(\frac{1}{2})(x-\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2})$

10 $f'(x) = \sqrt{x(1-x)} + \frac{(1-2x)}{2\sqrt{x(1-x)}} \cdot x$

5+5 $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} \quad f'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}(x-\frac{1}{2}) + \frac{1}{4}$

5 $y = \frac{1}{2}x$

60

التمرين الثاني:

10 $y_{n+1} = \frac{1}{x_{n+1}} = \frac{1+x_n}{x_n} = \frac{1}{x_n} + 1$

5+5 $y_{n+1} - y_n = +1$ = ثابت

5 المتتالية (y_n) حسابية أساسها $r=1$

5 $y_0 = \frac{1}{x_0} = 1$

10 $y_n = y_0 + nr$

$y_n = 1 + n$

5 $\rightarrow x_n = \frac{1}{n+1}$

5 $S_n = y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_n$

5 $= \frac{n+1}{2}(y_0 + y_n)$

$= \frac{n+1}{2} \cdot (1+1+n)$

5 $= \frac{1}{2}(n+1)(n+2)$

60

التمرين الثالث

6 $z_A = 2e^{-\frac{\pi}{6}i}$

6 $z_B = 2e^{\frac{\pi}{3}i}$

4+4 $\frac{z_B}{z_A} = e^{(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6})i} = e^{\frac{\pi}{2}i} = i$

3 $\frac{OB}{OA} = 1$ يثبت أن

3 $(\vec{OA}, \vec{OB}) = \frac{\pi}{2}$

4+4 المثلث OAB قائم في O ومتساوي الساقين

6 $z_C = (\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i$

5+5 $|z_C| = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2} = 2\sqrt{2}$

5 $z_C = 2\sqrt{2}\, e^{\frac{\pi}{12}i}$

5 $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{a}{r} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

60

التمرين الرابع

5 $e = e^{\frac{\pi}{2}i} \cdot c \rightarrow e = ic$

5 $d = e^{-\frac{\pi}{2}i} \cdot b \rightarrow d = -ib$

5+5 $\frac{d-c}{b-e} = \frac{-ib-c}{b-ic} = -\frac{ib+c}{b-ic}$

10 $= -\frac{(ib+c)i}{ib-ic^2} = -\frac{(ib+c)i}{ib+c}$

$= -i$

5 $\frac{CD}{EB} = 1$ يثبت أن

5 $(\vec{EB}, \vec{CD}) = -\frac{\pi}{2}$

3+3 $(EB) \perp (CD)$; $CD = EB$

4 الرباعي $CBDE$ قطراه متعامدان ومتساويان

ليكون مربعاً يجب أن يكون قطراه متناصفان

5 أي $\frac{e+b}{2} = \frac{c+d}{2}$

$ic + b = c - ib \Leftarrow$

$c(1-i) = b(1+i)$

$c = \frac{1+i}{1-i} b = \frac{(1+i)^2}{1+1} b$

5 $c = ib \leftarrow c = \frac{2i}{2} b \leftarrow$

5 $\leftarrow$ صورة B وفق دوران مركزه A زاويته $\frac{\pi}{2}$

المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين

المسألة الأولى (7 نقاط)

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

5 $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$

5 $x = 0$ تقارب شاقولي

$f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$

5 $y = \frac{1}{2}x$: Δ مقارب مائل

10 $f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2-2}{2x^2}$

$f'(x) = 0 \leftarrow x = \sqrt{2}$

x	0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$ ‖	↘	$\sqrt{2}$	↗	$+\infty$

5 $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ قيمة صغرى محلياً

4 6 الرسم المناسب : مقارب C

5 $E(n) \ldots \sqrt{2} \leq u_{n+1} \leq u_n$

5 التحقق من أجل $E(0)$

$\sqrt{2} \leq u_1 \leq u_0$

$\sqrt{2} \leq \frac{2^2+2}{2\times 2} \leq 2$

5 $\sqrt{2} \leq 1.5 \leq 2$

نفرض صحة $E(n)$

5 $\sqrt{2} \leq u_{n+1} \leq u_n$

f متزايد على $[\sqrt{2}, +\infty[$

5 $f(\sqrt{2}) \leq f(u_{n+1}) \leq f(u_n)$

$\sqrt{2} = \frac{2+2}{2\sqrt{2}} \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$

5 إذاً $E(n+1)$ صحيحة

مما سبق: المتتالية متناقصة وحدودها أكبر من $\sqrt{2}$ فهي متقاربة

5 نهايتها حل المعادلة $x = f(x)$

$x = \sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2}$

5 $\lim u_n = \sqrt{2}$ ←

100

المسألة الثانية (13 نقطة)

كتابة وكيفية لنقطتين

3+3 مثل $\vec{AC}(1,-3,-3)$ $\vec{AB}(2,0,0)$

4 $\frac{2}{1} \neq \frac{0}{-3}$

الشعاعان غير مرتبطان خطياً

5 النقط ليست على استقامة واحدة

5 انشاء H إلى إحداثيات AHC

يعني المرتبط بالنقطة

5 $\vec{AH} = \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AC}$

$-2-1 = 2\alpha + \beta$

6 $-1-2 = -3\beta$

$\lambda - 3 = -3\beta$

6 $\lambda = 0$ ، $\alpha = 2$ ، $\beta = 1$

3 $AN = BN$: N متساوية البعد

5+5 $(K-1)^2 + (-2)^2 + (-2)^2 = (K-3)^2 + (-2)^2 + (-2)^2$

5 $K = 2$

$AF = \sqrt{1 + (\alpha-2)^2 + 4}$

10 $BF = \sqrt{1 + (\alpha-2)^2 + 4}$

5 α و β إذا $AF = BF$

C ، B ، A لـ G مرجح

10 $3\vec{GA} - 3\vec{GB} + 2\vec{GC} = \vec{0}$

5 $-\vec{BA} = 2\vec{GC}$

الشعاعان مرتبطان خطياً

10 $(GC) // (BA)$

100